

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD EN LA ENSEÑANZA BÁSICA. OPORTUNIDADES Y DESAFÍOS ACTUALES

Carmen Batanero
Universidad de Granada

RESUMEN

Las Directrices curriculares amplían la enseñanza de la estadística, comenzando desde el primer ciclo de la Educación Primaria y reforzando los contenidos. Se sugiere también un cambio en la metodología de enseñanza para hacerla más exploratoria y reforzar los aspectos intuitivos. Con estas directrices, tanto Costa Rica como España se incorporan a la tendencia mundial de reforzar la cultura estadística de los ciudadanos, además de asegurar una preparación óptima para abordar los contenidos de inferencia en la Universidad. En esta presentación reflexionamos sobre algunos de los retos que plantean estas orientaciones curriculares para que la incorporación de la estadística a las aulas sea una realidad.

Palabras y frases clave: Enseñanza de la estadística, diseño curricular, formación de profesores.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad son muchas las instituciones como la Organización de Naciones Unidas (ONU) o la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) que sienten la necesidad de medir el progreso en la sociedad actual, con indicadores estadísticos de todo tipo, por ejemplo, la cohesión social, riqueza o calidad de vida. Asimismo se proponen una serie de variables para explicar estos indicadores, como el impacto o la sostenibilidad medioambiental, la equidad o el capital humano, cuya medida es conceptualmente y técnicamente compleja. Así las agencias internacionales y oficinas productoras de estadísticas ponen a disposición de los ciudadanos toda clase de datos, con la intención de informarles y hacerles partícipes de sus decisiones, un objetivo importante en una sociedad democrática. Pero, para poder desarrollar una mejor comunicación entre estas instituciones y el público a quien se dirigen sus actividades, surge la necesidad de que los ciudadanos sean capaces de valorar dicha información, es decir, sean estadísticamente cultos (Ridgway, Nicholson y McCusker, 2008).

Esta necesidad ha motivado la introducción de la estadística en el currículo de matemáticas en la Educación obligatoria en muchos países, debido a su utilidad en la vida diaria, su papel instrumental en otras disciplinas, la necesidad del conocimiento estocástico básico en muchas profesiones y su importancia en el desarrollo de un razonamiento crítico (Wild y Pfannkuch, 1999; Franklin et al., 2005). En Batanero (2002) señalamos otros dos fines fundamentales para la enseñanza de la estadística en primaria y secundaria:

1. Que los alumnos lleguen a comprender y a apreciar el papel de la Estadística en la sociedad, incluyendo sus diferentes campos de aplicación y el modo en que la estadística ha contribuido a su desarrollo.
2. Que los alumnos lleguen a comprender y a valorar el método estadístico, esto es, la clase de preguntas que un uso inteligente de la Estadística puede responder, las formas básicas de razonamiento estadístico, su potencia y limitaciones.

Aunque la enseñanza de la estadística ha estado presente en la escuela en los últimos 20 años, encontramos una tendencia reciente a introducirla a niños cada vez más pequeños y a renovar su enseñanza, haciéndola más experimental, en forma que se pueda proporcionar a los alumnos una experiencia en estadística y probabilidad desde su infancia (por ejemplo, NCTM. 2000; MEC 2006 a y b). La tendencia actual en muchos currículos es una estadística orientada a los datos, donde los estudiantes han de diseñar investigaciones, formular preguntas de investigación, recoger datos usando observaciones, encuestas o experimentos, describir y comparar conjuntos de datos. Han de usar y comprender los gráficos y resúmenes estadísticos, proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en los datos (Burrill, 2006; Burrill y Camden, 2006).

El proyecto GAISE (Franklin y cols., 2005) propone reexaminar y mejorar la enseñanza de la estadística con el fin de contribuir al logro de dichos objetivos en el aprendizaje para los estudiantes, haciendo las siguientes recomendaciones:

- Los estudiantes deben entender por qué los datos son preferibles al conocimiento subjetivo y que la variabilidad que aparece en muchos fenómenos cotidianos es natural y también predecible y cuantificable con medios matemáticos;
- Los estudiantes deben reconocer las fuentes usuales de variabilidad en los datos; entender que parte de la variabilidad puede ser medida y controlada o al menos explicada. La estadística proporciona métodos para reducir la variabilidad y sesgo en encuestas y

experimentos contribuyendo al mejor conocimiento de la realidad.

- Los estudiantes deben entender los pasos del proceso general de investigación a través del cual se trabaja en estadística y adquirir destrezas para: a) obtener o generar los datos que necesitan; b) representar gráficamente los datos como primer paso en el análisis de datos; c) conocer algunas técnicas que permitan contestar la pregunta de interés; d) interpretar correctamente los resultados del análisis y; e) comunicar en forma clara los resultados y conclusiones obtenidas.
- Los estudiantes deben también aprender a interpretar resultados estadísticos que aparecen en los medios de comunicación y otros contextos con los que se enfrenta. Debe juzgar críticamente las noticias e informes que incluyan información estadística identificando los errores en la presentación y en los métodos utilizados para generar o analizar la información.

En la siguiente sección analizamos las recomendaciones curriculares sobre la enseñanza de la estadística en Costa Rica y España, que son bastante similares, para pasar a continuación a reflexionar sobre los requisitos necesarios para poner en práctica estas recomendaciones.

2. ESTADÍSTICA EN LA ENSEÑANZA PRIMARIA Y SECUNDARIA

Según Chávez (2007), El Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP), introduce la estadística como un tema más del currículo de matemática en primaria y secundaria ya desde el año 1995. En las directrices curriculares de Costa Rica (Ministerio de Educación Pública, 2001 a, b y c) observamos la presencia de contenidos de estadística y probabilidad desde el primer ciclo que progresan a lo largo de las diferentes etapas educativas, como se aprecia en la Tabla 1 en que de una forma muy esquemática se presenta la progresión de contenidos a lo largo de la Educación Básica.

Esta materia se concibe como de especial importancia en la sociedad actual: *“la estadística ofrece al estudiante un punto de vista sobre el problema de la igualdad social, infunde la actitud de búsqueda e indagación, y la sensibilidad hacia las muchas interrelaciones que se dan entre las matemáticas y el mundo real”* (MIP, 2001a, p. 99). Se destaca que la estadística y probabilidad aportan conexiones importantes con otras áreas de contenido, como son las ciencias sociales y naturales. Se indica también que

pueden reforzar las destrezas comunicativas de los alumnos cuando discuten o escriben sobre sus conclusiones, utilizando el lenguaje estadístico.

Tabla 1. Progresión de los contenidos a lo largo de la Educación Básica en Costa Rica

	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
Recogida y recuento datos	E	E	E	E	E	E	E	E
Gráficos barras	E, I	E, I	T	E, I	E, I			
Pictogramas				E, I	E, I			
Circulares y lineales					E, I			
Gráfico de bastones							E, I	
Histograma								E, I
Tablas dobles	E	I						
Tablas de frecuencia			E, T	E, T				
F. relativas; variables discretas							CO, E	
F. relativas; variables agrupadas, intervalos								CO, E
Media, mediana, moda							CA, I	
Sucesos, Probabilidad		CP	CP	CP, P	CA			
Muestra			CO					
Población, variable, dato							CO	

CP= Comparar probabilidad; CA= Cálculo, CO= Comprensión, E= Elaborar; I= Interpretar; T= transformar, P= Hacer predicciones

El contenido de estadística y probabilidad en la Educación Primaria en España (MEC, 2006 a) que abarca seis años de escolaridad, comenzando desde los 6 años es muy similar al de los niveles 1° a 6° de la Educación Básica en Costa Rica y se incluye en todos los niveles de esta etapa. Estos contenidos se continúan en la Enseñanza Secundaria Obligatoria (MEC, 2006 b) que abarca cuatro niveles más (12 a 16 años) y respecto a estadística y probabilidad incluye, entre otros contenidos, los gráficos y tablas (primer curso), las frecuencias acumuladas, medidas de centralización y uso de la hoja de cálculo (segundo curso), ideas de representatividad en muestreo, agrupación en intervalos y medidas de dispersión, cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y estimación de las mismas mediante simulación y experimentación (tercero), fases de un estudio estadístico, experiencias compuestas, uso de tablas de contingencia y diagrama en árbol en el cálculo de probabilidad compuesta y condicionada (cuarto curso).

Sugerencias metodológicas

Las orientaciones metodológicas en ambos países insisten en conectar estos temas con problema de la vida cotidiana, indicando el interés de proponer actividades que permitan al estudiante describir e interpretar el mundo que lo rodea (MIP, 2001a). Entre otros ejemplos se citan en este documento los datos que pueden tomarse de temas como

temperaturas, estaturas de los compañeros, o bien de la prensa y medios de comunicación. Más que el aprendizaje de fórmulas, se sugiere enfatizar el aspecto interpretativo. Por ejemplo, se indica que los niños han de comprender que los datos pueden representarse en diferentes formas y que, según el tipo de preguntas que se haga, es más conveniente un tipo de presentación que otro. Se da también importancia a las experiencias aleatorias y las predicciones sobre las mismas, que deben ser revisadas a la luz de los datos. Mediante juegos y actividades variables podrá el niño explorar los conceptos de azar y determinismo. Como herramienta para ayudar a ir construyendo intuiciones sobre la probabilidad se recomienda el uso del diagrama en árbol.

Para el tercer ciclo (MIP, 2001c) y en España en la Educación Secundaria Obligatoria (MEC, 2006b) se recomienda el uso de la tecnología con el propósito de evitar los cálculos rutinarios y centrar el aprendizaje en los aspectos más interpretativos. Una parte relevante de la clase de estadística debe estar orientada hacia la recolección de datos por los mismos estudiantes a partir de encuestas, entrevistas o de los medios de comunicación o incluso en Internet. Los contenidos estadística servirán para proporcionar instrumentos básicos para interpretar la información, tan variada en la sociedad actual, con el fin de formular conjeturas e inferencias que lo lleven a establecer conclusiones

En resumen las orientaciones curriculares sugieren promover el desarrollo del razonamiento estadístico, que va más allá del conocimiento matemático y de la comprensión de los conceptos y procedimientos. Se pretende lograr desarrollar en el educando una actitud crítica ante la información que le presentan los medios de comunicación, por lo que los ejercicios que se le planteen deben ser obtenidos de su realidad inmediata, destacando la interpretación estadística (MIP, 2001c). Es decir, se quiere proporcionar una cultura estadística, “que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” (Gal, 2002, p. 2-3).

Una idea importante en estas propuestas es que, se pueden diseñar proyectos estadísticos para trabajar en clase desde el preescolar. Otra, es que los proyectos pueden ubicarse en contextos y situaciones propias de otras materias del currículo (biología,

ciencias sociales, educación física o para la salud, etc.). El trabajo con proyectos evita el aprendizaje fragmentado de los conceptos estadísticos (Batanero y Díaz, 2004). Con ellos se espera que los estudiantes: a) Identifiquen un tema de estudio y formulen una(s) pregunta(s), b) Coleccionen un conjunto de datos relevantes para el tema en estudio, c) Analicen los datos e interpreten los resultados en función de la pregunta planteada y d) Escriban un informe del proyecto.

3.¿QUÉ RETOS IMPLICAN LAS DIRECTRICES CURRICULARES?

Chávez (2007) realiza un estudio del estado de la Educación Estadística, en el Tercer Ciclo del sistema educativo nacional hasta el año 2007 en cinco regiones educativas y una amplia muestra de alumnos y profesores. Sus resultados indican que en algunas aulas podría haber inconsistencia entre los contenidos y orientaciones metodológicas que acabamos de comentar y lo que ocurre en ellas. El autor indica que, en algunas escuelas podría haber una enseñanza de la estadística muy centrada en algoritmos y procedimientos, descuidándose el análisis, la interpretación y la relación con el contexto. Estos problemas son también comunes en España. En lo que sigue se ofrecen algunas sugerencias para mejorar la enseñanza de la estadística y probabilidad.

3.1. Promover las ideas estadísticas fundamentales

Una primera reflexión es el análisis de los contenidos de los currículos, comparándolos con los incluidos en otros países para generar una lista de las ideas estadísticas fundamentales. Burrill y Biehler (en preparación) proponen la siguiente lista de ideas, ofreciendo sugerencias de enseñanza para las mismas: dato, representación de los datos, variación, distribución, modelos de probabilidad, asociación, muestreo e inferencia. A continuación analizamos brevemente cada una de estas ideas y la especificidad que cobra en la clase de estadística.

Datos

Moore (1991) definió la estadística como la ciencia de los datos. Con más precisión, señaló que el objeto de la estadística es el razonamiento a partir de datos empíricos, indicando que los datos no son números, sino números en un contexto. Aunque en otras ramas de matemáticas también se usan los datos, estos no cobran el interés que tienen en estadística. Muchas veces los datos y contextos son imaginarios y el interés se centra en el nivel de “lectura de datos” (Curcio, 1989), sin pasar a los

niveles superiores (leer entre los datos, leer más allá de los datos, leer detrás de los datos).

Además, los estudiantes no están acostumbrados a trabajar con datos de situaciones reales que frecuentemente requieren de interpretaciones y razonamientos de alto nivel. La aleatoriedad de las situaciones hace que los resultados no sean únicos, presentándose mayor variabilidad que otras áreas de las matemáticas (Sánchez y Batanero, en prensa). Será importante también enseñar a diferenciar los tipos de datos, formas de recogerlos y niveles de medición.

Representación de los datos

Además de por su presencia en los medios de comunicación e Internet, el aprendizaje de las tablas y gráficos estadísticos es importante, por otros muchos motivos. Por un lado, son un potente instrumento para comunicar información y para resumirla en forma eficiente (Cazorla, 2002). Wild y Pfannkuch (1999) hablan de la *transnumeración* como uno de los modos esenciales de razonamiento estadístico, que consiste en obtener una nueva información, que no estaba disponible en un conjunto de datos al cambiar de un sistema de representación a otro. En este sentido, los gráficos y tablas son instrumentos de transnumeración por su papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos. Por ejemplo, en la Figura 1, se representan datos tomados de Rouncenfield (1995) sobre esperanza de vida al nacer y tasa de natalidad (número de niños vivos nacidos por cada 1000 habitantes en un año) en un total de 97 países. El diagrama cartesiano de dispersión muestra una tendencia decreciente, que indica la existencia de una correlación negativa entre estas dos variables y permite conjeturar que la relación no es exactamente de tipo lineal, por lo que habría que analizar diferentes familias de curvas, para encontrar cuál sería la línea de regresión más adecuada para sintetizar estos datos. Toda esta información proporcionada por el diagrama de dispersión era muy difícilmente visible en el listado de datos brutos, por lo que al pasar del listado al diagrama hemos realizado un proceso de transnumeración.

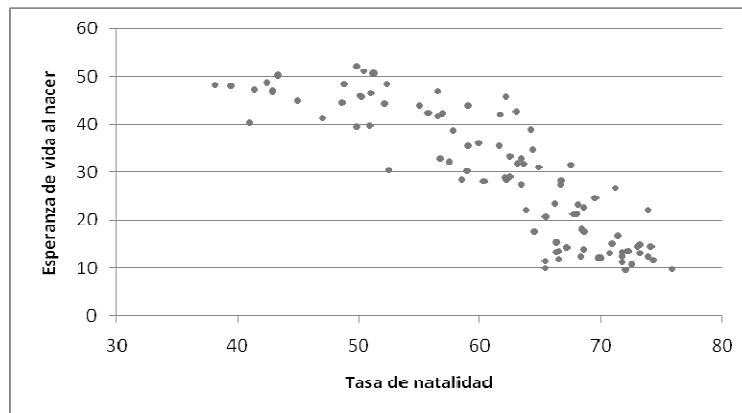


Figura 1, Esperanza de vida en función de la tasa de natalidad

La importancia de tablas y gráficos se debe también a que la ciencia las utiliza como representaciones semióticas externas para construir y comunicar los conceptos abstractos. Por tanto, el aprendizaje de los conceptos científicos está ligado al de estas representaciones y al de sus procesos de construcción y transformación. Estas representaciones se usan también en las ciencias como puente entre los datos experimentales y las formalizaciones científicas y ayudan a determinar las relaciones entre las variables que intervienen en los fenómenos, para poder modelizarlos. En la enseñanza de las ciencias, las tablas y gráficos también ayudan a visualizar conceptos y relaciones abstractas difíciles de comprender (Postigo y Pozo, 2000). Aunque en otras ramas de las matemáticas se usan las tablas y gráficos, la variedad existente es mucho mayor en estadística.

Variación

La variación resulta cuando dos o más cosas son diferentes Aunque en otras ramas de matemáticas se usan variables, el estudio de la variabilidad es característico de la estadística cuyo objetivo principal es cuantificar, controlar y predecir la variabilidad.. En la clase de matemáticas se supone que los datos se ajustan perfectamente a un modelo. No hay estudio de la bondad de ajuste o de los residuos del modelo. Este estudio es fundamental en estadística.

La variación aparece en los datos, las muestras, las variables estadísticas y aleatorias, los instrumentos usados, las respuestas obtenidas, etc. La estadística permite hacer predicciones, buscar explicaciones y causas de la variación y aprender del contexto. La recogida adecuada de datos y los juicios correctos a partir de los mismos requieren la comprensión de la variación que hay y se transmite en los datos, así como de la incertidumbre originada por la variación no explicada.

La idea de variabilidad está siempre presente en los datos y tiene múltiples significados en estadística (Reading y Shaughnessy, 2004), entre otros los siguientes: variabilidad de resultados en un experimento aleatorio; variabilidad en los datos; variabilidad en una variable aleatoria; variabilidad en las muestras o la distribución muestral. Es por ello que dos fines importantes de la enseñanza de la estadística es que los estudiantes perciban la variabilidad y manejen modelos que permitan controlar y predecir la variabilidad.

Distribución

Shaughnessy (2007) indica que uno de los fines básicos de la estadística es desarrollar la capacidad de leer, analizar, criticar y hacer inferencias a partir de distribuciones de datos. También sugieren que el concepto de distribución es múltiple, pues se puede referir a distribución de datos (variable estadística), distribución de probabilidad (variable aleatoria) y distribución muestral (distribución del estadístico en el muestreo).

Bakker y Gravemeijer (2004) indican que una característica esencial del análisis estadístico es que trata sobre todo de describir y predecir propiedades de los agregados de datos (y no de cada dato aislado). Un problema para conseguirlo es que los estudiantes a veces no ven el dato (por ejemplo altura de un estudiante) como un valor de una variable (altura en el ejemplo), sino como una característica personal del estudiante. Los estudiantes se centran en los datos aislados que usan para calcular, por ejemplo, la media o el rango, pero no siempre ven estos estadísticos (media o rango) como una propiedad del conjunto de datos como un todo (distribución).

La distribución es una idea propiamente estadística, y cuya comprensión depende de la comprensión previa de las ideas de variable, frecuencia relativa, centro, variación, forma y probabilidad. El razonamiento distribucional implica también el conectar las muestras (variable estadística) a la población (variable aleatoria) y pasar de una a otra así como comprender la diferencia entre los parámetros (valores en la población) y los estadísticos (valores en las muestras).

Asociación

La asociación estadística extiende la idea de dependencia funcional, y se utiliza en muchos métodos de gran variedad de ciencias. Mientras que en una dependencia de tipo funcional a cada valor de una variable X corresponde un solo valor de otra variable Y

(dependiente), en el caso de asociación a cada valor de X corresponde una distribución de valores de Y . Además se puede definir una medida de la intensidad de la asociación, que varía entre 0 (independencia total) y 1 (asociación perfecta) utilizando coeficientes como el de correlación (para variables cuantitativas) o el coeficiente de contingencia C (para variables cualitativas).

Hay tres tipos generales de problemas simples de asociación estadística: tablas de contingencia, correlación numérica y comparación de una variable numérica en dos o más muestras (que pueden ser independientes o relacionadas). A partir de aquí se definen problemas más complejos implicando a tres o más variables. La investigación sobre los juicios de asociación ha sido objeto de gran interés en psicología y ha estado ligada a los estudios sobre toma de decisiones en ambiente de incertidumbre, ya que la toma de decisiones precisa, generalmente, un juicio previo sobre la asociación entre variables. Estas investigaciones muestran que los adultos no suelen emplear las reglas matemáticas, sino estrategias intuitivas, con frecuencia incorrectas en los juicios de asociación. Como dificultad añadida al tema, Chapman y Chapman (1967) mostraron que hay expectativas y creencias sobre las relaciones entre variables que producen la impresión de contingencias empíricas. Este fenómeno ha sido llamado "correlación ilusoria", porque los sujetos mantienen sus creencias y sobreestiman la asociación cuando piensan que existe causación entre dos variables.

Probabilidad

La característica principal de la estadística es hacer uso de modelos aleatorios, mientras otras ramas de la matemática usa modelos deterministas. Al contrario que para otros conceptos matemáticos, no hay una única acepción de la probabilidad. Para la escuela serán relevantes al menos tres aproximaciones diferentes:

- En la concepción clásica, se define la probabilidad de un suceso como el cociente entre el número de casos favorable al suceso y el número de todos los casos posibles, siempre que todos sean equiprobables. Esta definición sólo en apariencia es simple, pues frecuentemente los niños tienen ideas propias acerca de las situaciones de azar que no corresponden a las de la teoría, aun cuando ésta se les haya enseñado (Amir y Williams, 1999). Por un lado, hay estudiantes que no creen en la equiprobabilidad de juegos en los que se suele suponer esta propiedad; otros aceptan la equitatividad de algunos juegos pero la relativizan, pensando que hay eventos favorables a ciertas personas en virtud de su suerte.

- En el enfoque frecuencial se obtiene una estimación experimental de la probabilidad. Su valor teórico sería el límite que se obtiene a partir de realizar efectivamente la experiencia un número infinito de veces en la mismas condiciones, contar el número de veces que se repite la experiencia y las veces que ocurre el evento y, finalmente, dividir éste entre aquel. Puesto que nunca podemos llegar a un número infinito de ensayos, en la práctica se toma una estimación de la probabilidad teórica, a partir de la frecuencia relativa en un número grande de ensayos. Un aspecto importante en este enfoque es entender, por un lado, la diferencia entre probabilidad (valor teórico constante que nunca alcanzamos) y frecuencia relativa (estimación experimental de la probabilidad, que puede cambiar de una estimación a otra. También hay que comprender que los resultados de una experiencia son impredecibles, por el otro, que se puede predecir el comportamiento general de un gran número de resultados.
- En otras situaciones (Batanero, 2006) la probabilidad no es una propiedad objetiva de los sucesos que nos afectan (como sería el peso, color, superficie, temperatura) sino una percepción o grado de creencia en la verosimilitud de la persona que asigna la probabilidad sobre la plausibilidad de ocurrencia del suceso (que ocurrirá o no). Muchos de estos problemas (toma de decisión, efectuar un juicio o una predicción) son abiertos o tienen más de una posible decisión y en su solución intervienen tanto factores matemáticos como extra matemáticos. Entre ellos, encontramos la posible utilidad de una decisión, que no siempre coincide con su esperanza matemática; por ejemplo, al decidirse por una operación o tratamiento médico o realizar una inversión. La *concepción subjetiva* de la probabilidad sería adecuada para modelizar este tipo de situaciones.

Muestreo e inferencia

Relacionar las características de las muestras con las de la población que representan es el principal fin de la estadística y nos sirve para decidir qué datos recoger y obtener conclusiones son algún grado de probabilidad. Requiere un tipo específico de razonamiento, que no se encuentra en otras ramas matemáticas.

Varios autores sugieren la necesidad de desarrollar en los estudiantes de educación secundaria capacidad de realizar inferencias informales, para preparar un estudio posterior más formalizado del tema en la Universidad. Dicho razonamiento sobre inferencia informal comenzaría por la discriminación entre los conceptos de

posición central y variabilidad en las distribuciones de datos y el uso de estas dos características para decidir cuándo dos distribuciones son iguales o diferentes (Rubin, Hammerman y Konold, 2006). Rossman (2008) sugiere usar la simulación para conectar la aleatoriedad que los estudiantes perciben en el proceso de recogida de datos con la inferencia, del modo siguiente: a) Comenzar con una hipótesis sobre los datos; b) usar la simulación para concluir que los datos observados son poco plausibles si la hipótesis es cierta; y c) rechazar la hipótesis inicial basándose en los resultados. Otros elementos de inferencia informal incluyen razonar sobre las características de una población con base en los datos y razonar acerca de posibles diferencias entre dos poblaciones a partir de las diferencias observadas en dos muestras de datos de la misma (Zieffler, Garfield, Delmas y Reading, 2008).

3.2. Educar la intuición estadística

Un segundo reto es la mejora de la intuición estocástica de los estudiantes. La investigación en didáctica de la probabilidad muestra la prevalencia de estas intuiciones erróneas (Jones, 2005). Como sostuvo Fischbein (1975) la distinción entre el azar y lo deducible no se realiza espontánea y completamente al nivel de las operaciones formales, porque está influenciada por las tradiciones culturales y educativas de la sociedad moderna, que orientan el pensamiento hacia explicaciones deterministas. Núñez, Sanabria y García (2004) señalan no se cuenta con una cultura de lo aleatorio, indiscutiblemente necesaria para el bienestar de cualquier nación. Lejos de inculcarla, se evade como si fuera un tipo de razonamiento imperfecto que se sale del carácter exacto que tienen las matemáticas.

La investigación psicológica también ha mostrado que muchos adultos, incluso con formación estadística, cometen errores en la toma de decisiones bajo incertidumbre en situaciones cotidianas. Kahneman Slovic y Tversky (1982) mostraron que las personas no siguen las reglas estadísticas de la inferencia y toma de decisión, usando en su lugar heurísticas que reducen la complejidad de los problemas de probabilidad, pero que causan errores y son resistentes al cambio. Por ejemplo, en la heurística de la representatividad las personas estiman la verosimilitud de un suceso teniendo sólo en cuenta su representatividad respecto a la población a la cual pertenece. Un error asociado es la creencia en la ley de los pequeños números, por la que se espera una convergencia de las frecuencias relativas en pequeñas muestras.

A pesar de los esfuerzos, las concepciones erróneas permanecen después de la instrucción formal en estadística. Debiéramos preguntarnos por qué la enseñanza actual de la estadística no mejora las intuiciones y qué tendríamos que cambiar para remediar la situación. Quizás la estadística debiera enseñarse a la vez que se muestran a los estudiantes problemas y ejercicios en las estrategias intuitivas producen errores de inferencia. "Esto tendría la ventaja de aclarar los principios subyacentes de la estadística y probabilidad y facilitar que se aprecie su aplicación a situaciones concretas" (Nisbett y Ross, 1980, p.281).

3.3. *Nivel de formalización*

Otro problema didáctico es que las fronteras entre el pensamiento estadístico elemental y avanzado no están claramente definidas. La matemática avanzada se caracteriza por el uso del álgebra y el cálculo y el razonamiento deductivo. Por el contrario, a veces enseñamos inferencia, diseño de experimentos, análisis multivariantes o procesos estocásticos a profesionales o estudiantes que no tienen una base matemática suficiente. Además, situaciones que aparecen en la práctica profesional –diagnóstico, evaluación, planificación de una investigación o proyecto, control de calidad-, requieren un razonamiento estocástico maduro en profesionales que no siempre tienen suficiente formación matemática o estadística avanzada.

Mas aún, conceptos aparentemente simples enseñados en la escuela son de hecho complejos. Es, por ejemplo, difícil encontrar una definición simple que pueda aplicarse para juzgar la aleatoriedad de un fenómeno; que tendrá que deducirse del análisis estadístico de una secuencia de resultados, contrastándolo con diferentes modelos matemáticos. Tanto estos modelos como los contrastes que aplicaríamos son ideas estocásticas avanzadas y además, su comprensión correcta depende de la comprensión de la idea de aleatoriedad, por lo que llegamos a un círculo vicioso. Hemos de reflexionar, por tanto, sobre la dosis adecuada de formalización que hemos de usar al enseñar estadística y cómo hacer llegar ideas estadísticas avanzadas a una audiencia cada vez mayor. Algunas sugerencias para la introducción de la probabilidad en educación primaria y secundaria son ofrecidas por Jiménez y Jiménez (2006), quienes consideran que un ciudadano debe comprender hoy día mejor los fenómenos de carácter aleatorio en el pasado, ya que se cuenta con más información acerca de cómo los cambios en su vida se pueden ver influenciados por estos fenómenos.

En otro ejemplo, en relación a los gráficos Schwartz y Whitin (2006), mostraron

la capacidad de inventar sus propios sistemas de representación gráfica por los niños de preescolar, quienes, con la ayuda de la maestra, inventaron sus propias preguntas e hicieron una encuesta a sus compañeros del grupo, formulando preguntas como ¿Te sabes anudar los cordones de los zapatos?, ¿Cuál es el sabor de tu helado favorito? También inventaron formas de llevar los registros de las respuestas de sus compañeros, generalmente con dibujos y fueron capaces de responder las preguntas de la maestra sobre los resultados obtenidos, leyéndolos en sus propias representaciones. En la página web “Abc teaching directory” (<http://abcteach.com/directory/basics/math/graphing/>) podemos encontrar actividades para introducir a los gráficos a los niños de primaria (Figura 2).

Figura 2. Introducción a los gráficos estadísticos para primer curso de primaria

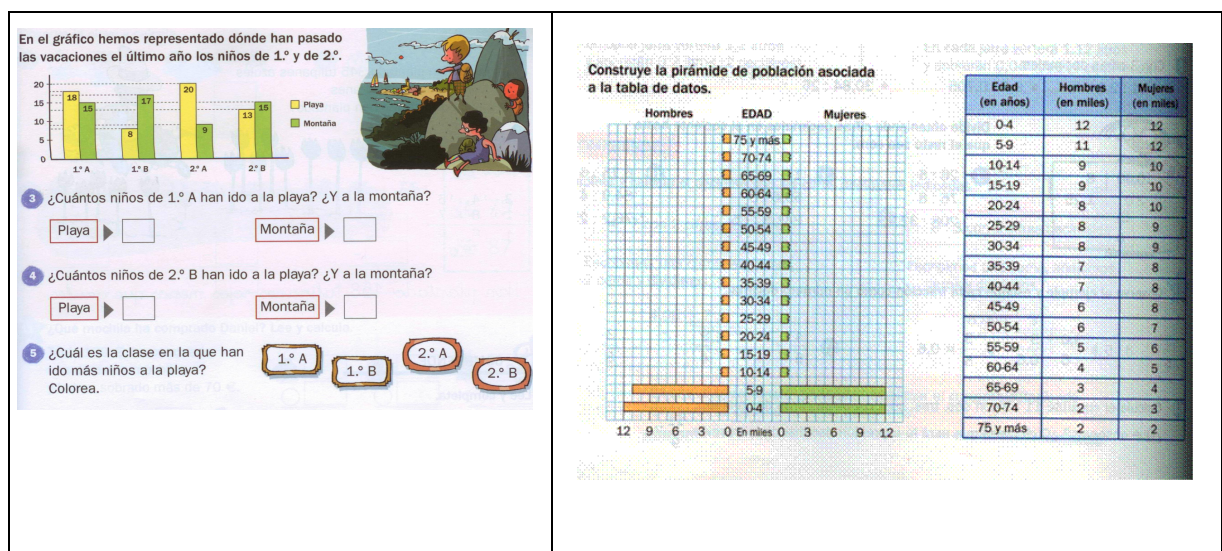


En los libros recientes españoles de texto de Educación Primaria sugieren una progresión en la introducción de los gráficos en esta etapa educativa. Por ejemplo, la serie “Un paso más” (Garín y Rodríguez, 2008) de Educación Primaria de la editorial Santillana, incluye los siguientes contenidos:

- Primer curso: Gráficos de barras, interpretación y representación.
- Segundo curso: Gráficos de barras simples y dobles, y pictogramas, interpretación y representación (ver ejemplo en Figura 3a)

- Tercer curso: Gráficos de barras simples y dobles, gráficos de puntos y pictogramas, Gráficos de barras, interpretación y representación.
- Cuarto curso; Gráficos de barras de dos y tres variables, gráficos lineales, pictogramas, interpretación, representación y traducción a tabla o a otro gráfico.
- Quinto curso: Gráficos de barras y lineales de dos y tres variables: interpretación, representación y traducción a tabla o a otro gráfico.
- Sexto curso: Histogramas, gráficos de sectores, pirámides de población: interpretación, representación y traducción a tabla o a otro gráfico (ver ejemplo en Figura 3b)

Figura 3. Progresión en la introducción de gráficos



3.4. Apoyo en la Tecnología

Una ayuda actual a la enseñanza y aprendizaje es la tecnología, que ha reducido el tiempo de cálculo, permitiendo trabajar en clase con aplicaciones reales, en línea con el uso de proyectos y las tendencias curriculares descritas anteriormente. Las posibilidades de simulación y creación de micromundos estocásticos virtuales permiten explorar los conceptos de probabilidad e inferencia y sustituir las demostraciones formales por razonamientos más intuitivos; se añaden también las funciones de tutor y ayuda al autoestudio, evaluación y ejercitación (Biehler, 2003). Los cambios implicados por la tecnología sobre la práctica de la estadística también indican la necesidad de analizar la necesaria transformación de la enseñanza para tenerlos en cuenta (Shaughnessy, Garfield y Greer, 1996). Por ejemplo, respecto a la enseñanza de los gráficos encontramos apoyo, en la página ya citada “ABC teaching directory”

(<http://abcteach.com/directory/basics/math/graphing/>) tanto para la enseñanza, como para la producción de gráficos por los mismos niños. También encontramos ayuda a la producción de gráficos variados en la página “Create a graph” (<http://nces.ed.gov/nceskids/createagraph/default.aspx>).

FORMACIÓN DE LOS PROFESORES

Los profesores, quienes tienen un papel esencial al interpretar el currículo y adaptarlo a las circunstancias específicas (Ponte, 2001). En consecuencia, el cambio de la enseñanza de la estadística en las escuelas dependerá del grado en que se pueda convencer a los profesores de que la estadística es uno de los temas más interesantes y útiles para sus estudiantes y que todos ellos tienen capacidad para adquirir algunos conceptos elementales.

El esfuerzo reciente de investigación sobre la educación del profesor de matemáticas y su desarrollo profesional (por ejemplo, Llinares y Krainer, 2006; Ponte y Chapman, 2006) no se ha reflejado en la educación estadística, como es visible en conferencias (como el ICMI Study 15), revistas (como *Journal of Mathematics Teacher Education*). Este olvido ha sido reconocido por la International Comisión on Mathematical Instruction (ICMI) y la International Association for Statistical Education (IASE) que han promovido un Estudio Conjunto específicamente orientado a promover la investigación a nivel internacional sobre la educación y desarrollo profesional de profesor para enseñar estadística (http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/). Las conclusiones de esta conferencia, se resumen a continuación

Formación estadística de los profesores

Se evidenciaron problemas en la formación teórica y pedagógica recibida por los docentes, además de la carencia de actualización y capacitación en el área. También se requiere una mejor preparación estadística de los profesores, sobre todos los de Educación Primaria, que no han tenido una formación específica en la materia. Muchas de las actividades que realiza el profesor, tales como “indagar lo que los estudiantes conocen, elegir y manejar representaciones de las ideas matemáticas, seleccionar y modificar los libros de texto, decidir entre modos posibles de acción (Ball, Lubienski y Mewborn, 2001) dependen de su razonamiento y pensamiento matemático. Como consecuencia, las decisiones instruccionales dependen del conocimiento que el profesor tiene sobre el contenido estadístico. Esto es un motivo de preocupación en el caso de los

profesores de Educación Primaria, puesto que la investigación en educación estadística está mostrando que muchos futuros profesores en este nivel educativo mantienen inconscientemente una variedad de dificultades y errores sobre la estadística que podrían transmitir a sus estudiantes.

Por ejemplo, Estrada y Batanero (2008) encontraron en su estudio una proporción preocupante de futuros profesores de Educación Primaria que no dominan los conceptos elementales que han de enseñar a sus futuros alumnos. Un 45% de la muestra no tuvo en cuenta el efecto de los valores atípicos sobre la media, 28% mostraron una interpretación deficiente de la probabilidad frecuencial, 45% confundieron correlación y causalidad, 24% no invierten adecuadamente el algoritmo de la media, 30% fueron insensibles al sesgo en el muestreo, 15% pensaron que no es posible dar una estimación cuando hay fluctuación aleatoria y otro 30% tenía confusiones varias respecto al muestreo.

Respecto a los gráficos, Espinel, Bruno y Plasencia (2008) indican que en su muestra, dichos futuros profesores ni siquiera alcanzan el mismo nivel que otros estudiantes universitarios. Aunque los participantes en su estudio parecían comprender los elementos básicos de la estadística descriptiva, no tenían recursos para interpretar los gráficos, hacían errores respecto a la simetría, valores atípicos y frecuencias acumuladas. Tuvieron dificultades con la media y mediana y piensan sobre todo en términos de variables cualitativas, confundiendo en consecuencia los histogramas y gráficos de barras. Fallaron al interpretar la distribución de datos, centrándose tan sólo en aspectos específicos como la media o un valor aislado.

Formación didáctica

Todos estos profesores, incluidos los de Educación Secundaria y Bachillerato también necesitan formación en el conocimiento profesional relacionado con la educación estadística, a la que no pueden transferirse algunos principios generales válidos para otras ramas de las matemáticas (Batanero, Godino y Roa, 2004). Si queremos impulsar el desarrollo del conocimiento profesional del profesor, hemos de tener en cuenta los componentes de dicho conocimiento, que según Ball, Thames y Phelps (2005) incluye cuatro componentes: conocimiento común del contenido, conocimiento especializado del contenido, conocimiento del contenido y la enseñanza y conocimiento del contenido y los estudiantes. Godino y cols. (2008) proponemos un

modelo general para el conocimiento profesional del profesor de matemáticas con seis componentes:

- Epistémico: Incluye el conocimiento matemático y reflexión epistemológica sobre el significado de los objetos particulares que se pretende enseñar, y el análisis de sus transformaciones para adaptarlos a los distintos niveles de enseñanza.
- Cognitivo: Dificultades, errores y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje y sus estrategias en la resolución de problemas
- Mediacional: Medios didácticos: Análisis del currículo, situaciones didácticas, metodología de enseñanza para temas específicos y recursos didácticos específicos. Afectivo: actitudes, creencias y sentimientos de los estudiantes, sus intereses y motivaciones.
- Interaccional: Organización del discurso en la clase, interacciones entre estudiantes y de ellos con el profesor, incluyendo la evaluación.
- Ecológico: Relación del tema con otros en la materia o en otras disciplinas, así como condicionantes internos y externos en la enseñanza.

Tecnología

Un punto esencial para introducir la tecnología en la clase de estadística será la adecuada preparación de los profesores, tanto desde el punto de vista técnico como didáctico (Sánchez e Izunza, 2006). La tecnología puede utilizarse tanto como amplificadores o como reorganizadores conceptuales para desarrollar la comprensión de ideas estadísticas en los profesores. Ello es necesario pues algunos futuros profesores tienen dificultades en la utilización adecuada del software para fomentar la comprensión de los alumnos y consideraban que la simulación es sólo útil después de estudiar la probabilidad de manera teórica. En otros casos, al trabajar con la tecnología pasan por alto las ideas previas correctas de los estudiantes, centrándose sólo en sus errores (Stohl, 2005). Desde el punto de vista didáctico necesitamos formar al profesor en los diferentes niveles del conocimiento profesional en relación con el uso de la tecnología (Llinares y Krainer, 2006).

4. REFLEXIONES FINALES

La necesidad actual de educación estadística parece haber sido comprendida por las autoridades educativas, quienes incluyen contenidos estadísticos a lo largo de toda la

educación básica. Pero hacer realidad estas propuestas pasa por la preparación de materiales adecuados a las diversas edades e intereses de los alumnos y por la formación del profesorado que será responsable de esta enseñanza. Esto requiere de la colaboración de Escuelas de Formación del Profesorado, asociaciones de profesores y de estadística e instituciones oficiales de estadística y grupos de investigación sobre didáctica de la estadística.

También reconocemos que la estadística es una ciencia en continuo cambio y expansión y que es necesario estar abiertos a las nuevas corrientes e ideas que necesitan ser difundidas y serán pronto objeto generalizado de enseñanza. Creemos que es necesaria aún mucha investigación y reflexión didáctica para poder seguir construyendo la Educación Estadística y concretándola en cursos destinados a futuros profesores. Esperamos que este trabajo logre interesar a otros investigadores por esta problemática.

Agradecimientos: Este trabajo forma parte de los proyectos SEJ2007-60110 (MEC-FEDER), EDU2010-14947 (MCIN) y FQM-126 (Junta de Andalucía).

REFERENCIAS

- Amir, G. S., Williams, J. S. (1999). Cultural influences on children's probabilistic thinking. *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (1), 85-107.
- Bakker, A. y Gravemeijer, K. P. E. (2004). Learning to reason about distribution. In J. Garfield & D. Ben Zvi (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp 147-168). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2005). Articulating domains of mathematical knowledge for teaching. Online: www-personal.umich.edu/~dball/.
- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Conferencia inaugural. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires.
- Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: Un desafío educativo. En P. Flores y J. Lupiáñez (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar*. Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales. CD ROM.

- Batanero, C., Godino, J. D., y Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12. On line: <http://www.amstat.org/publications/jse/>.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (125-164). Zaragoza: ICE.
- Biehler, R. (2003). Interrelated learning and working environments for supporting the use of computer tools in introductory courses. En L. Weldon y J. Engel (Eds.), *Proceedings of IASE Conference on Teaching Statistics and the Internet*. Berlin: IASE.
- Burrill, G. (Ed.) (2006). *NCTM 2006 Yearbook: Thinking and reasoning with data and chance* (pp. 309-321). Reston, VA: NCTM.
- Burrill, G., y Biehler, R. (En preparación). Fundamental statistics ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A joint ICMI/IASE Study*. New York: Springer.
- Burrill, G., y Camden (Eds.) (2006). *Curricular development in statistics education: IASE 2004 Roundtable*. Voorburg: International Association for Statistical Education. On line: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/>.
- Cazorla, I. (2002). *A relação entre a habilidades viso-pictóricas e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. Tesis Doctoral. Universidad de Campinas.
- Chapman, L.J. y Chapman, J.P. (1969). Illusory correlation as an obstacle to the use of valid Psychodiagnostic signs, *Journal of Abnormal Psychology*, Vol. 74, pp. 271-280.
- Chaves, E. (2007). Inconsistencia entre los programas de estudio y la realidad de aula en la enseñanza de la estadística de secundaria. *Actualidades Investigativas en Educación*, 7(3), 1-35.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.
- Estrada, A. y Batanero, C. (2008). Explaining teachers' attitudes towards statistics. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education*. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table

- Conference. Monterrey, Mexico: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistical Education.
- Espinel, C., Bruno, A. y Plasencia, I. (2008). Statistical graphs in the training of teachers. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.) (Eds.), Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference. Monterrey, Mexico: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistical Education.
- Fischbein (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D. S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2005). *A curriculum framework for K-12 statistics education. GAISE report*. <http://www.amstat.org/education/gaise/>.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70 (1), 1-25.
- Garín, M. y Rodríguez, M. (2008). Matemáticas para la Educación Primaria. Serie Un paso más. Madrid. Santillana.
- Godino, J., Batanero, C., Roa, R. y Wilhelmi, M. R. (2008). Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference. Monterrey, Mexico: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistical Education.
- Jiménez L. y Jiménez J. R. (2006). Enseñar probabilidad en primaria y secundaria? ¿Para qué y por qué? *Revista virtual Matemática, Educación e Internet*, 6(1). Online: <http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/index.htm>.
- Jones, J. (Ed.) (2005). *Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning*. New York: Springer.
- Kahneman, D., Slovic, P. y Tversky, A. (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. New York: Cambridge University Press.
- Llinares S. y Krainer K. (2006) Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds), *Handbook of Research on the*

- Psychology of Mathematics Education (pp. 429 – 459). Rotherdam: Sense Publishers.
- MEC (2006a). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria*.
- MEC (2006b). *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*.
- Ministerio de Educación Pública (2001a) *Programa de Estudios, Matemática, II Ciclo*. Imprenta Nacional, San José.
- Ministerio de Educación Pública (2001b) *Programa de Estudios, Matemática, II Ciclo*. Imprenta Nacional, San José.
- Ministerio de Educación Pública (2001c) *Programa de Estudios, Matemática, III Ciclo*. Imprenta Nacional, San José
- Moore, D. S. (1991). Teaching Statistics as a respectable subject. En F. Gordon y S. Gordon (eds.), *Statistics for the Twenty-First Century*, (pp. 14-25). Mathematical Association of America.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA; NCTM. <http://standards.nctm.org/>.
- Nisbett, R. y Ross, L. (1980). Human inference: Strategies and shortcomings of social Education, 4(1). On line: www.amstat.org/publications/jse/.
- Núñez, F., Sanabria, G. y García, P. (2004). La Probabilidad, lo aleatorio y su pedagogía. *Revista virtual Matemática, Educación e Internet*, 5 (1). Online: <http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/index.htm>.
- Ponte, J. P. (2001). Investigating in mathematics and in learning to teach mathematics. In T. J. Cooney & F. L. Lin (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 53-72). Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of reaserch on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Roterdham: Sense.
- Postigo, Y. y Pozo, J. I. (2000). Cuando una gráfica vale más que 1000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 89 - 110.

- Reading, C. y Shaughnessy, J. M. (2004). Reasoning about variation. In J. Garfield & D. Ben-Zvi (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 201-226). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Ridgway, J., Nicholson, J. y McCusker, S. (2008). Mapping new statistical Literacies and Iliteracies. International Conference on Mathematics Education, Trabajo presentado en el *11th International Congress on Mathematics Education*, Monterrey, Mexico.
- Rossman, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: One statistician's view. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5-19. Online: www.stat.auckland.ac.nz/serj.
- Rouncenfield, M. (1995). The statistics of poverty and inequality. *Journal of Statistics Education*, 3(2).
- Rubin, A., Hammerman, J. K. L., & Konold, C. (2006). Exploring informal inference with interactive visualization software. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town, South Africa: International Association for Statistics Education. Online: www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.
- Sánchez, E. y Batanero, C. (En prensa). Manejo de la información. En E. Sánchez (Coord.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Casos y perspectivas* (pp. 64-92). México, D. F.: Secretaría de Educación Pública.
- Sánchez, E. e Izunza, S. (2006). Meanings' construction about sampling distributions in a dynamic statistics environment. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador (Bahia), Brazil: International Association for Statistical Education. CD ROM.
- Schwartz, S. L. y Whitin, D. J. (2006). Graphing with four-year-olds. Exploring the possibilities through staff development. En G. F. Burril, P. C. Elliot (Eds.), *Thinking and reasoning with data and chance Sixty eight NCTM Yearbook* (pp. 5-16). Reston VA. USA: National council Of Teacher of Mathematics.
- Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning* (pp. 345-366). New York: Springer.

- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 957-1010). Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc., and NCTM.
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J. y Greer, B. (1996). Data handling. En A. Bishop et al. (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 205-237). Dordrecht: Kluwer.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 221-248.
- Zieffler, A., Garfield, J. B., Delmas, R., & Reading, C. (2008). A framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 5-19. Online: www.stat.auckland.ac.nz/serj.